Открытый региональный конкурс исследовательских и проектных работ школьников

«Высший пилотаж - Пенза» 2019

Тематическое направление: «Математика   
(в рамках конкурса-конференции «Intel-Авангард)»

**СЧИТАЮЩИЕ ЧЕРТЕЖИ**

Автор: Грицкова Светлана Петровна, ученица 11 класса МОБУСОШ им.С.А.Суркова с.Богословка Пензенского района

Научный руководитель – учитель информатики и ИКТ   
Задыхина Любовь Александровна

с.Богословка 2019 г.

Оглавление

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc535062397)

[ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И ИНТЕРНЕТ-ИСТОЧНИКОВ 4](#_Toc535062398)

[ГЛАВА 1. СЧИТАЮЩИЕ ЧЕРТЕЖИ 6](#_Toc535062399)

[*1.1. Обоснование номограммы уравнения*  6](#_Toc535062400)

[*1.2. Использование номограмм в смежных школьных дисциплинах* 6](#_Toc535062401)

[*1.3. Построение номограмм с помощью интерактивной геометрической системы «Живая геометрия»* 7](#_Toc535062402)

[ЭКСПЕРИМЕНТ 9](#_Toc535062403)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 10](#_Toc535062404)

[ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА И ИСТОЧНИКИ 11](#_Toc535062405)

[ПРИЛОЖЕНИЯ 12](#_Toc535062406)

# ВВЕДЕНИЕ

*«Новое - это хорошо забытое старое»*

*(Жак Пеше) [1]*

Уже с давних времен люди стали вводить различные инструменты, ускоряющие вычисления. Самый простой из них – счеты. Многие знают о существовании логарифмической линейки и счетной машины-арифмометра. Но какие еще счетные инструменты использовали для вычислений?

На уроках геометрии учащиеся знакомятся с таблицей В.М. Брадиса. Умение пользоваться таблицей открывают новые возможности, например, нахождение тригонометрической функции любого угла, возведение числа в квадрат, извлечение квадратного корня и т.д.

На страницах таблиц я обнаружила 2 рисунка [2,с.82-84], с помощью которых решаются приведенные квадратные уравнения и уравнения вида *(Приложение 1).* Что это? В объяснении говорится, что это – номограммы.

Оказывается, существует метод, который позволяет для каждой формулы изготовить свой особый инструмент, освобождающий нас от всех вычислений и прямо дающий нужный результат. Этот инструмент называется номограммой, а наука, изучающая законы построения номограмм – номографией [3, с.5].

*Номограмма* ([греч.](http://ru-wiki.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B5%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) Νομοσ — закон) — графическое представление [функции](http://ru-wiki.org/wiki/%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) от нескольких [переменных](http://ru-wiki.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F), позволяющее с помощью простых геометрических операций (например, прикладывания линейки) исследовать функциональные зависимости без вычислений. Например, решать [квадратное уравнение](http://ru-wiki.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) без применения формул [4].

В древности, когда геометрия была более развита, чем алгебра, многие математические задачи решали геометрически. Но у многих ребят эта наука сегодня не вызывает интереса наверно потому, что они плохо понимают назначение геометрии в жизни людей, слабо представляют применение геометрии в своей будущей профессии. Поэтому на примере номограмм и современных компьютерных технологий хочется геометрию сделать более наглядной и интересной.

**Актуальность работы:** темаявляется интересной, способствует практическому применению геометрии.

**Объект исследования:** номограмма и ее обоснование.

**Предмет исследования:** практическое применение геометрии.

**Цель:** найти точки соприкосновения между геометрией и использованием её в реальной жизни, связи с другими предметами.

**Задачи:**

1. изучить литературу и интернет источники по данной проблеме;
2. ознакомиться с элементами номографии;
3. овладеть навыками построения простейших номограмм;
4. показать возможности применения номограмм на практике.

**Гипотеза исследования:** применение практически важных номограмм на уроках геометрии повысит интерес учащихся к изучению предмета.

**Новизна работы:** для построения номограмм использовалась интерактивная геометрическая система «Живая геометрия».

**Практическая значимость работы**: номограмму можно использовать, как инструмент для ускорения вычислений.

# ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И ИНТЕРНЕТ-ИСТОЧНИКОВ

Геометрические изображения зависимостей между переменными, избавляющие от вычислений, известны давно. К ним можно отнести достаточно сложные построения, содержащие семейства линий и шкалы как изображения переменных (встречающиеся, например, в солнечных часах и [Астролябия](https://dic.academic.ru/dic.nsf/bse/65716/%D0%90%D1%81%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BB%D1%8F%D0%B1%D0%B8%D1%8F)х). Разработка теории номографических построений началась в 19 в. Первой была создана теория построения прямолинейных сетчатых номограмм (французский математик Л. Л. К. Лаланн, 1843). Основания общей теории номографических построений дал М. [Окань](https://dic.academic.ru/dic.nsf/bse/167410/%D0%9E%D0%BA%D0%B0%D0%BD%D1%8C) в 1884 — 91; в его же работах впервые встречается название «Н.». Первым в России вопросами Н. начал заниматься Н. М. Герсеванов в 1906—08. Большая заслуга в деле развития теории Н. и организации номографирования инженерных расчётов принадлежит Н. А. Глаголеву, возглавлявшему советскую номографическую школу [5].

Несмотря на молодость номографии, трудно точно указать время ее возникновения. Логарифмическая линейка Гунтера, например, в сущности, говоря, уже была номограммой. Однако первой настоящей номограммой в точном смысле этого слова нужно считать номограмму француза Пуше для производства умножения, помещенную в его книге «Линейная арифметика», вышедшей в 1795 г. [6].

Номограммы различают по способу изображения значений переменных (точками или линиями) и по способу задания соответствия между изображениями переменных. Наиболее распространены следующие номограммы [7]:

*1. Транспарантные (рис.1., Приложение 2).*

В простейшем случае состоит из двух плоскостей: основной плоскости и транспаранта с изображениями на них переменных. Транспарант часто делается из прозрачного материала. Пример транспарантной номограммы — логарифмическая линейка.

*2. Сетчатые (рис.2., Приложение 2).*

Для построения сетчатых номограмм из прямых линий применяются функциональные сетки, простейшими из которых являются логарифмическая и полулогарифмическая. Кроме прямой линии могут применяться и другие, так называемые разрешающие индексы номограммы: окружности (Годсель), произвольная кривая (Швердт), катеты чертѐжного угольника (Сиглер) и т.д.

*3. Из выровненных точек (рис.3., Приложение 2).*

Для уравнений с тремя переменными применяют три шкалы, которые построены так, что три точки, удовлетворяющие уравнению, лежат на одной прямой — отсюда и название типа номограммы. *Именно с них началось развитие номографии — раздела математики, объединяющего теорию и практические методы построения номограмм.*

Используются номограммы в прикладных дисциплинах, так как у математиков и физиков теоретиков обычно есть теоретические или эмпирические формулы и им обычно требуется точное решение уравнений. Врачам же, синоптикам, строителям, механикам, технологам, во-первых, обычно сверхвысокая точность не нужна, достаточно одной или двух значащих цифр и, во-вторых, их графики строятся обычно не по математическим функциям, а по результатам предварительных экспериментов. Примеров множество — расчет пожарных кранов, расчет давления и мощности газовых горелок, определение физической работоспособности женщин, определение конструктивных параметров пресс-форм литья под давление, для расчета температур воздуха в помещении и поверхности лучистого нагревателя… Разработка и составление номограмм — целое искусство. Есть целый раздел математики, посвященный им. Надо не только удачно планировать маршрут по данным, но и выбрать правильный масштаб, такой, чтобы охватить рабочий диапазон данных, а это очень даже непросто и требует навыка [8].

**Таким образом***, простота использования номограмм при достаточно высокой точности результата обеспечивают широкое использование номограмм в различных областях.*

# ГЛАВА 1. СЧИТАЮЩИЕ ЧЕРТЕЖИ

Вернемся к номограмме [2,с.82], с помощью которой можно найти решение уравнения вида *(Приложение 1).* Эта номограмма состоит из трех шкал (переменных *x*, *y*, *z*), выходящих из одной точки. Рядом с номограммой - ключ (поскольку, только зная ключ, можно ею воспользоваться). Обоснование номограммы можно прочитать на странице 84 [2], но оно довольно трудное. Поэтому рассмотрим новое обоснование этой номограммы [3, с.18-19].

## *1.1. Обоснование номограммы уравнения*

Построим угол в 1200 и разделим его пополам. Пересечем полученные 3 луча, выходящие из точки О, произвольной прямой и обозначим точки пересечения с нашими лучами А, В, С. Пусть длина отрезка ОА=а, длина отрезка ОС=b. Длину отрезка ОВ обозначим через х   
*(Приложение 3).* Докажем, что

Продолжим сторону АО за вершину угла О и отложим на ней отрезок OD=b. Точку D соединим с точкой С. Тогда треугольник DOC будет равносторонним, так как две стороны его ОD и ОС равны, а угол с вершиной в точке О, заключенный между этими сторонами=600. Прямая ОВ вследствие накрест лежащих углов при точках О и С (каждый из них =600) параллельна прямой СD. Вследствие же параллельности прямых ОВ и СD треугольники АОВ о АDC подобны между собой.

Из подобия этих треугольников вытекает, что *,* или

*Следовательно,*

*Отсюда мы видим*, что для графического определения числа *х* по заданным *а* и *b*, нужно:

1. на сторонах угла в 1200 отложить отрезки = а и b;
2. соединить их концы прямой линией;
3. тогда отрезок ОВ биссектрисы угла АОС будет по длине = *х*.

Заметим, что каждое слагаемое, входящее в формулу, может быть как положительным, так и отрицательным.

*Таким образом*, используя номограмму, решение искомого уравнения можно получить всего лишь за три шага.

## *1.2. Использование номограмм в смежных школьных дисциплинах*

1. К уравнению вида: часто приходится прибегать при решении задач из физики:
   1. «Оптика» — для вычислений по формуле тонкой линзы: где F — фокусное расстояние, d — расстояние от предмета до линзы, f — расстояние от изображения до линзы.
   2. «Электричество» — 1) для вычислений по формуле общего сопротивления при параллельном соединении проводников: где R — общее сопротивление, R1 и R2 — сопротивления участков; 2) для вычисления по формуле общей индуктивности цепи, состоящей из двух катушек при параллельном их соединении: где Lобщ. — общая индуктивность цепи, L1,L2 — индуктивности отдельных катушек; 3) для вычисления общей электрической ѐмкости цепи, состоящей из двух последовательно соединѐнных конденсаторов: где Собщ— общая ѐмкость цепи, С1, С2 — ѐмкости отдельных конденсаторов.
2. Номограммы, посредством которых можно находить искомую величину при решении математических задач [3, с.9-13]:
   1. Номограмма из выравненных точек для нахождения среднего арифметического двух чисел.
   2. Транспарантная номограмма для определения среднего геометрического.
   3. Транспарантная номограмма для нахождения неизвестного члена пропорции.

## *1.3. Построение номограмм с помощью интерактивной геометрической системы «Живая геометрия»*

Многие номограммы можно построить с помощью интерактивной геометрической системы: пакета «Живая геометрия», входящего в состав образовательного комплекса «1С:Математика, 5–11 классы. Практикум», разработанного в рамках проекта «Информатизация системы образования».

«Живая геометрия» - компьютерная программа для работы с геометрическими чертежами (виртуальная математическая лаборатория),  которая позволяет создавать легко варьируемые и редактируемые чертежи, производить все необходимые измерения, обеспечивает деятельность учащихся в области анализа, исследований, построений, доказательств, решения задач.

**Пример 1.** Найти решение уравнения вида: .

Построим номограмму для решения уравнения такого вида *(рис.4, Приложение 4).* Угол АОВ=1200, ОС – биссектриса этого угла. На стороне ОВ отложим отрезок ОВ1=5,1, а на стороне ОА - отрезок ОА1=3,4. Отрезок, соединяющий точки А1В1, пересечет биссектрису ОС в точке С1. Длина отрезка ОС1 и будет решением уравнения. Измерим ее с помощью меню *Измерения – Длина.* Получим х=2,04.

*Точность результата в программе можно установить до пяти знаков после запятой.*

**Пример 2.** Найти решение уравнение вида

Так как номограмма уравнения является частью рассматриваемой номограммы, в программе «Живая геометрия» создадим новый инструмент *Номограмма 1* и создадим чертеж. Сделам в номограмме некоторые дополнения: продолжить одну из сторон угла за вершину О, например, сторону АЕ*.* Эта номограмма является соединением двух номограмм предыдущего примера.

На прямой ОА находим точку А1 с пометкой 5.6, на прямой ОС – точку С1 с пометкой 3.5; соединим их прямой А1С1. Она пересечет ОВ в точке В1, пометка d1 удовлетворяет уравнению:

Заменяя в уравнении через , получим уравнение . Далее на прямой ОD находим точку D1 c пометкой 4,4=c. Соединим D1 c В1. Длина отрезка АЕ и будет решением уравнения. Замерим ее с помощью инструмента *Длина*. Получим х=1,45 *(рис.5, Приложение 4)*.

**Пример 3. Найти решение уравнения**

Чтобы построить номограмму уравнения , нужно воспользоваться предыдущей номограммой, сделав в ней некоторые дополнения: продолжить сторону ОВ за вершину О. Эта номограмма является соединением трех номограмм примера 1   
*(рис.6, Приложение 4).* Длина отрезка AQ и будет решением уравнения. Получим х=1,17.

**Пример 4.** **Найти среднее арифметическое 2-х чисел**

Пусть x =1,7 и y=2,3. Проведем 2 параллельные линии относительно оси У на одинаковом расстоянии от начала координат. На одной из них отложим расстояние =1,7, на другой – 2,3, соединим полученные точки (*рис.7, Приложение 5).* Полученная фигура – трапеция. А искомая величина – средняя линия трапеции. Это нетрудно доказать. Измерим отрезок АС с помощью инструмента *Длина*. АС=2.

**Пример 5. Найти среднее геометрическое**

Пусть х=4 а у=5. Построим прямоугольный треугольник с гипотенузой = 9,   
(*рис.8*, *Приложение 5),* где *АС=х=4, СВ=у=5,* угол *АDB=900.* Высота этого треугольника и есть искомая величина, так как АС и СВ - проекции катетов АD и DВ и а .

**Пример 6. Найти неизвестный член пропорции.**

x – z

t – y, отсюда . Пусть х=3, у=4, z=2.

Построим прямоугольный треугольник BNC с катетами ВС=х=3, а CP=у=4. Построим отрезок СР=у=2. Через полученную точку *Р* проведем перпендикуляр к гипотенузе BN первого треугольника (*рис.9*, *Приложение 5).* Из чертежа видно, что треугольник BNC подобен треугольнику PQC, следовательно Отрезок CQ и есть искомая величина. Измерим ее, t=1,5.

Эти же самые номограммы можно строить на бумаге. Для повышения точности результата при построении номограмм можно использовать миллиметровую бумагу*.*В случаях построения номограмм на бумаге, когда значения данных переменных или значение искомой переменной выходят за пределы шкал, надо все числа — значения переменных умножить или разделить на одно и то же надлежаще выбранное число, а при построении в программе «Живая геометрия» -надо просто изменить масштаб системы координат.

*Таким образом*, используя программу «Живая геометрия» для построения номограмм, можно легко изменять исходные данные и быстро получать результат. Но использование каждой номограммы для нахождения по ней решения необходимо сначала обосновать.

# ЭКСПЕРИМЕНТ

На уроках физики в восьмом классе решались следующие задачи:

*Задача 1.* Три параллельно соединѐнных проводника имеют сопротивления R1= 5,4 Ом, R2 = 4,3 Ом, R3 = 6,0 Ом, R4=3,7 Ом. Найти общее сопротивление данной цепи.

*Задача 2.* Три проводника соединены параллельно, два из них имеют сопротивления 24 Ом, 12 Ом. Определите сопротивление третьего проводника, если общее сопротивление =3 Ом.

Я предложила восьмиклассникам вычислить результат двумя способами: они вычисляют вручную, а я, воспользовавшись номограммой, затем - сравнить время и результаты. Для своих вычислений я использовала номограммы на *рис.5* и *рис.6 (Приложение 4).*

В выигрыше оказался второй способ вычислений: по номограмме ответ получился всего за три приложения края линейки к точкам шкал.

В первой задаче расстояние от точки 0 до точки 3 – результат вычисления. Результат по номограмме 1,2, а вручную – приблизительно 1,18.

Во второй задаче, чтобы значения переменных не вышли за пределы шкал, все числа уменьшила в 2 раза*.* Полученный результат увеличила в 2 раза: R34,8 Ом. У восьмиклассников - R34,78 Ом.

Чтобы повысить точность результата, номограмма должна иметь большие размеры.

Предложенный мною способ вычисления вызвал большой интерес. Я провела мастер-класс для учащихся восьмого класса, где познакомила их с другими номограммами *(Приложение 5)* и вместе с ними доказали справедливость этих номограмм.

***Таким, образом****, номография близка к геометрии и использование номограмм на уроках геометрии вызывает у учащихся практический интерес к предмету.*

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

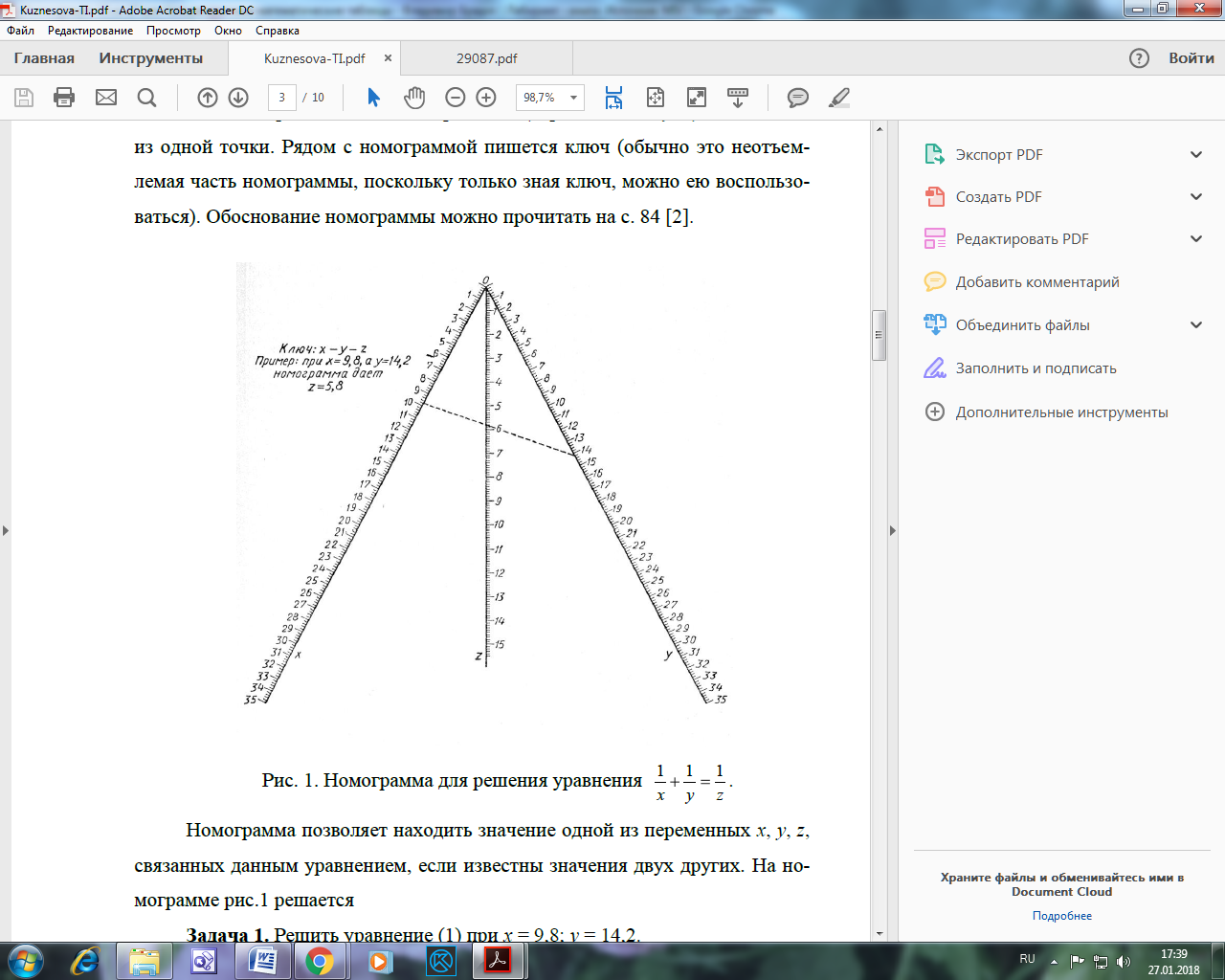
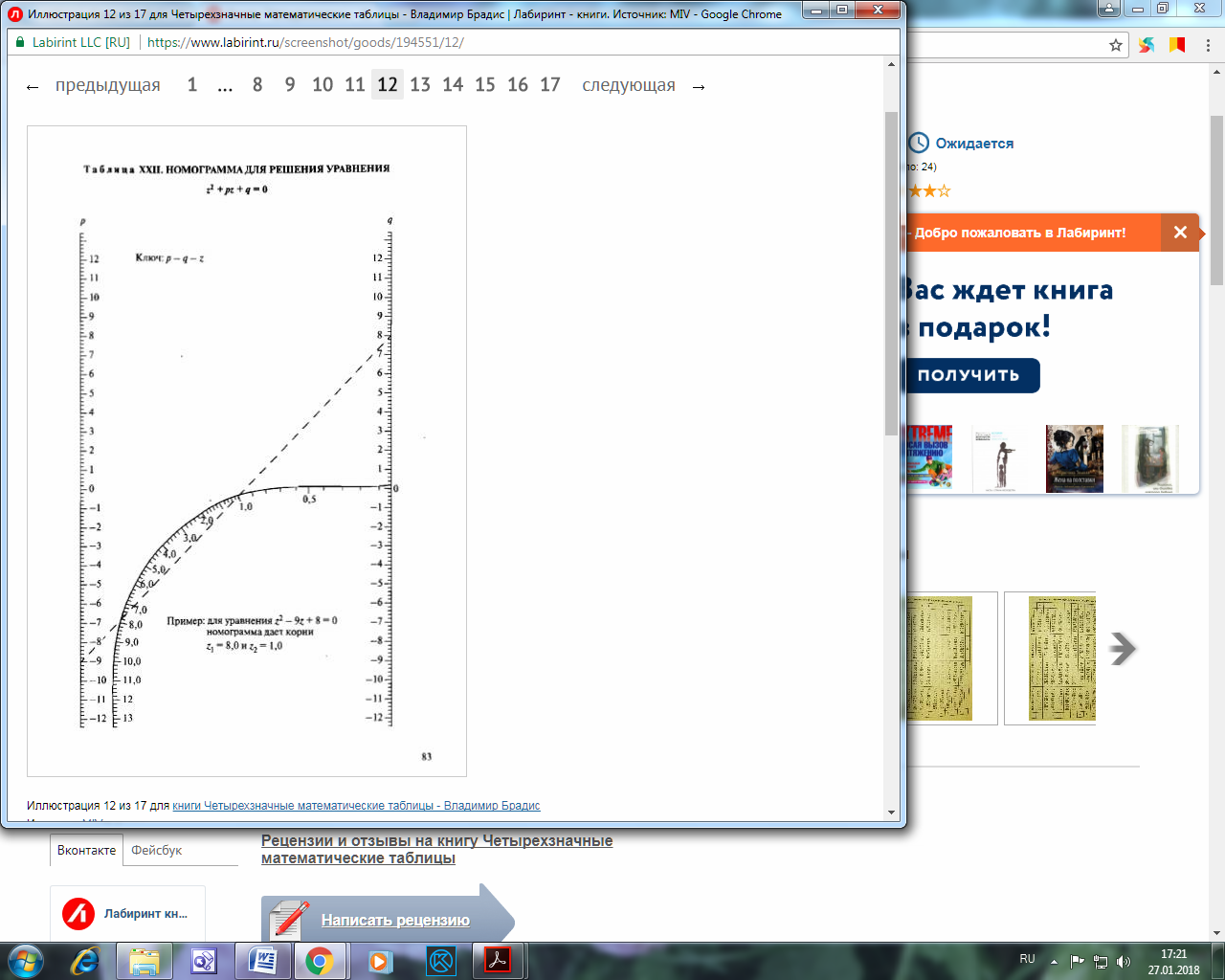
Таким образом, гипотеза о том, что применение практически важных номограмм на уроках геометрии повысит интерес учащихся к изучению предмета, полностью подтвердилась. Построенная для определенной функциональной зависимости номограмма очень просто используется для получения ответа: достаточно, например, приложить линейку, сделать засечку циркулем или измерить с помощью инструмента *Длина.*

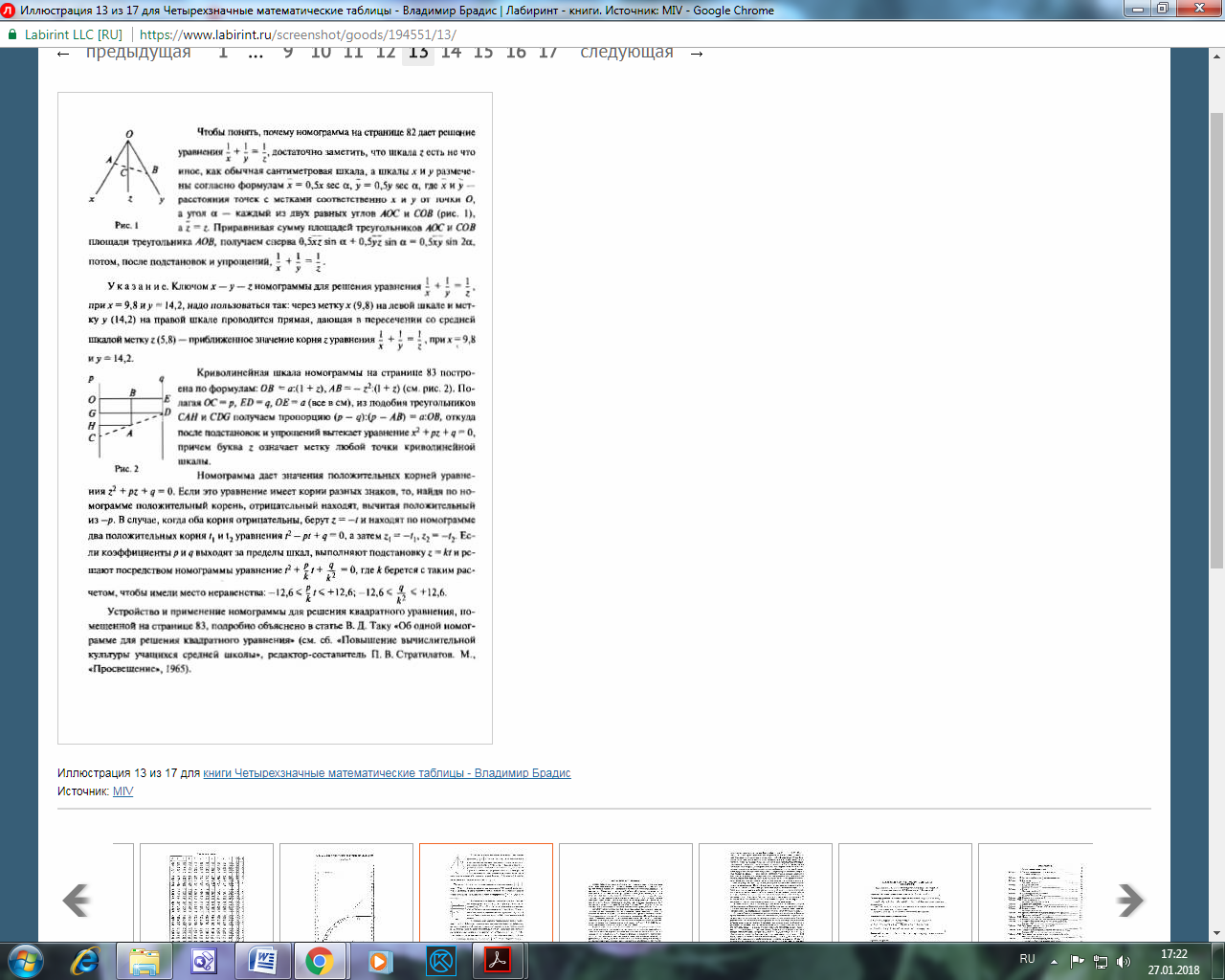
Недостатком номограммы является то, что она пригодна только для той формулы, для которой была изготовлена.

# ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА И ИСТОЧНИКИ

1. <https://xn----8sbfgf1bdjhf5a1j.xn--p1ai/2476-novoe-eto-horosho-zabytoe-staroe-kto-skazal.html>
2. Брадис В.М. Четырехзначные математические таблицы для средней школы. Изд. 57-е. – М.: Просвещение, 1990. С. 83.
3. Глаголев А.А. Номография для школьника. УЧПЕДГИЗ, Москва 1958г.
4. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B0>
5. <http://gatchina3000.ru/big/082/497_bolshaya-sovetskaya.htm>
6. <http://szags.nov.ru/?p=3208>
7. <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/665021>
8. <http://ezhe.ru/ib/issue581.html>

# ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Иллюстрации к книге «Четырехзначные математические таблицы»   
В.М. Брадиса

****

82

84

82

Приложение 2. Виды номограмм



Рис. 1. Транспарантная номограмма. Логарифмическая линейка



Рис. 2. Сетчатая номограмма

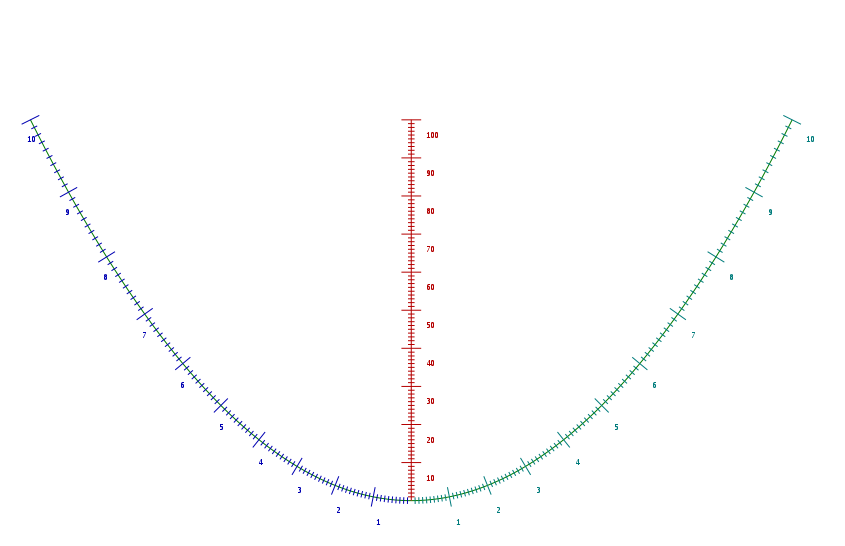
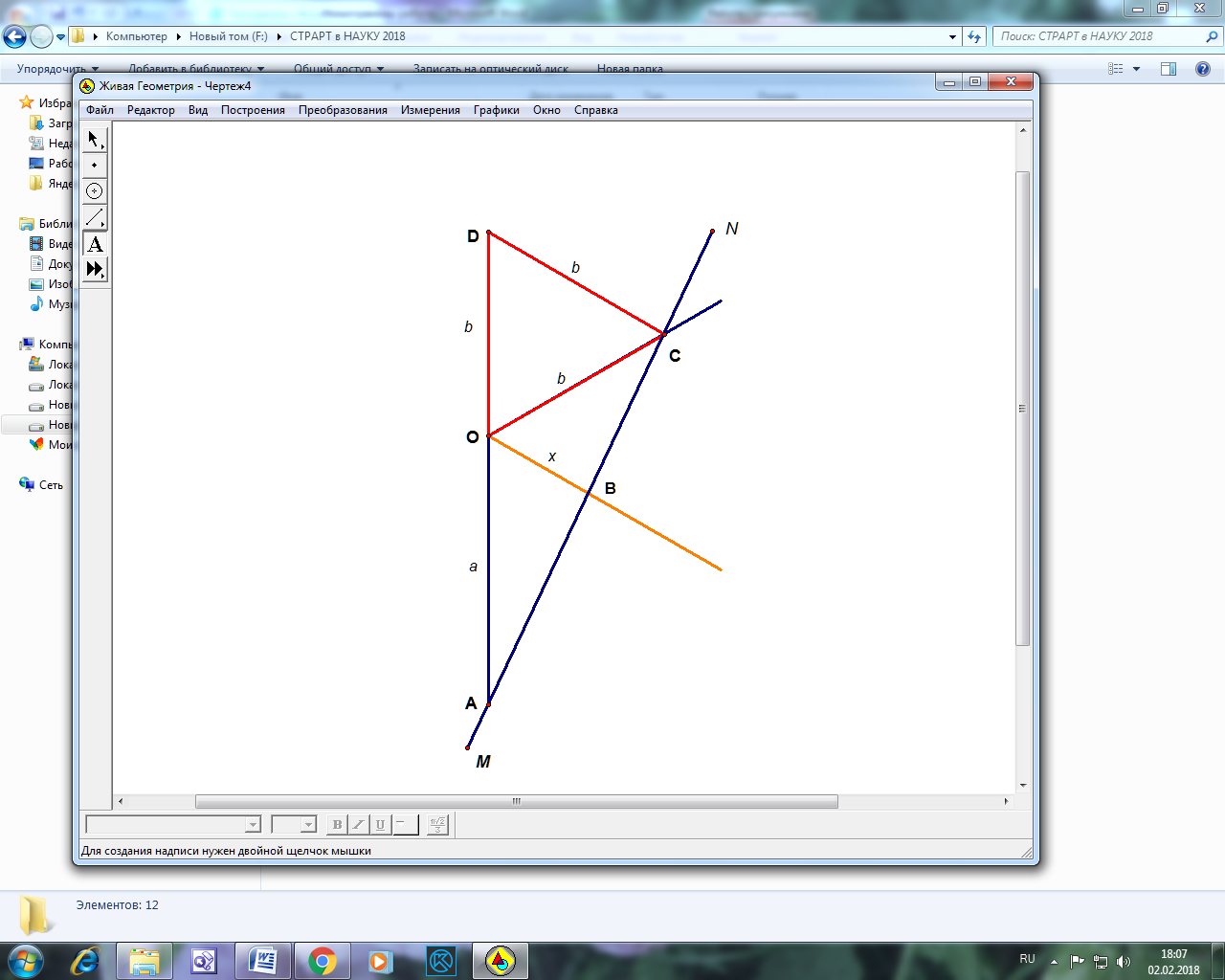


Рис. 3. Номограмма из выровненных точек

Приложение 3. Обоснование номограммы



Приложение 4. Найти решение уравнения вида: .

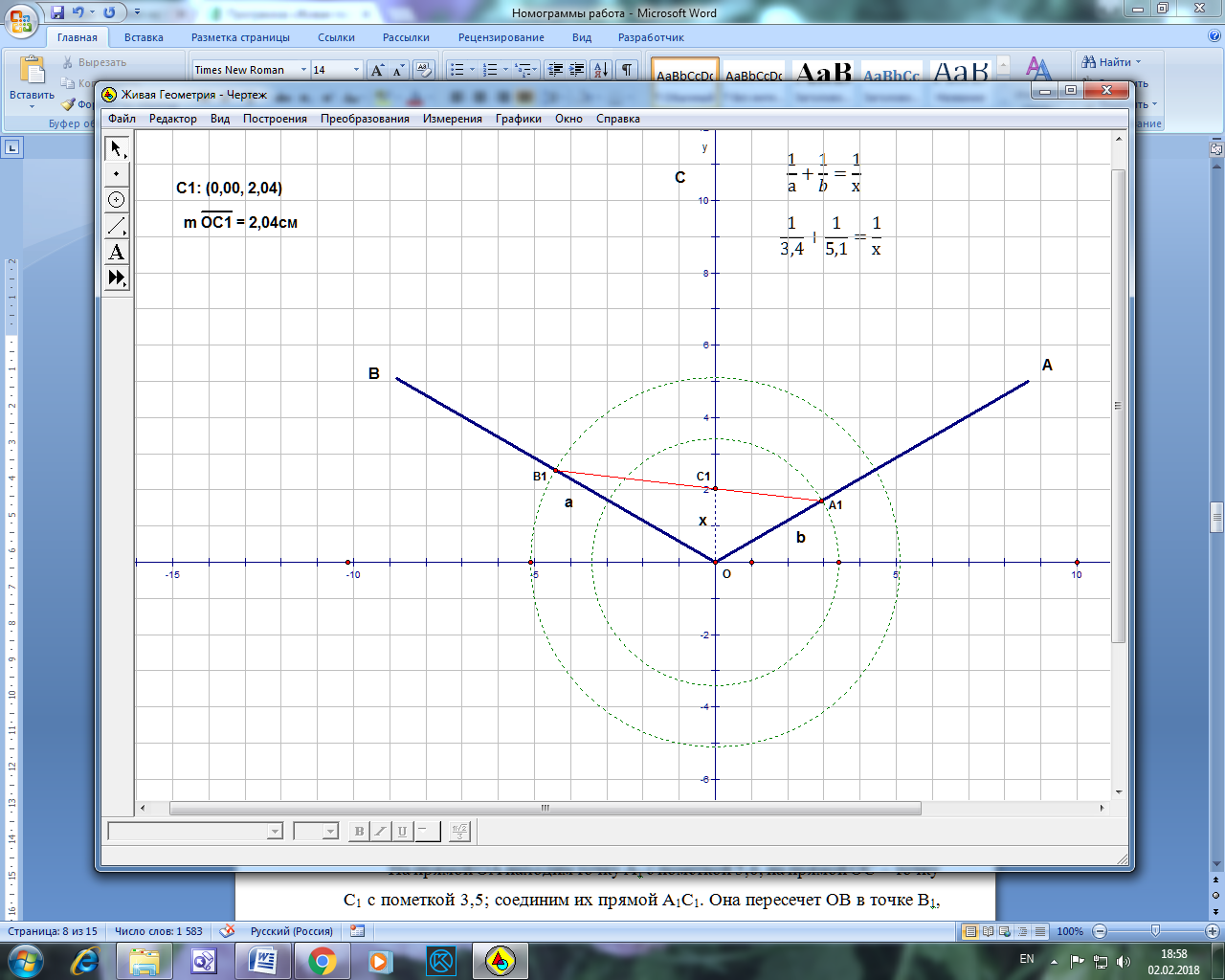


Рис.4. Номограмма уравнения

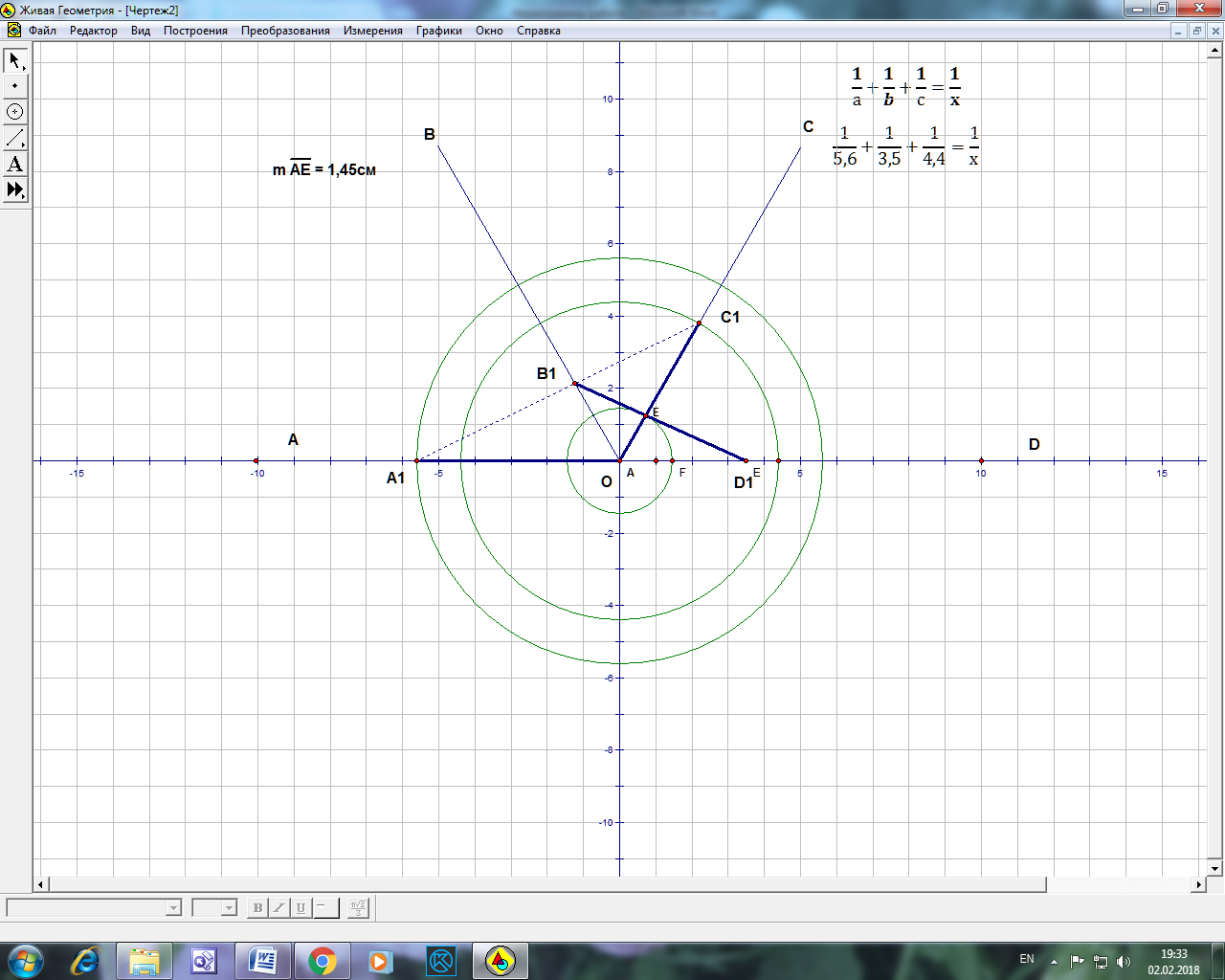


Рис. 5. Номограмма уравнения

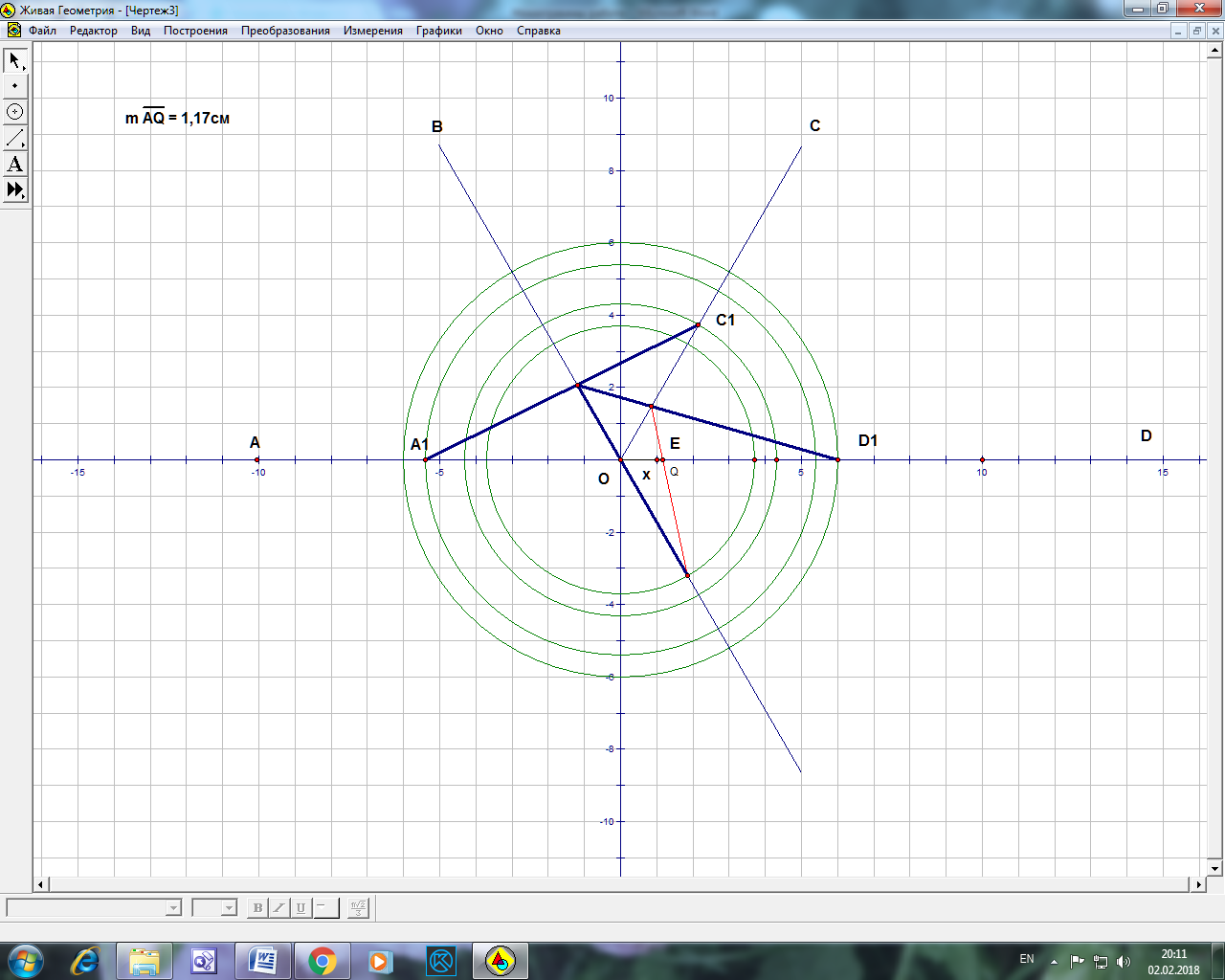


Рис. 6. Номограмма уравнения

Приложение 5. Простейшие номограммы

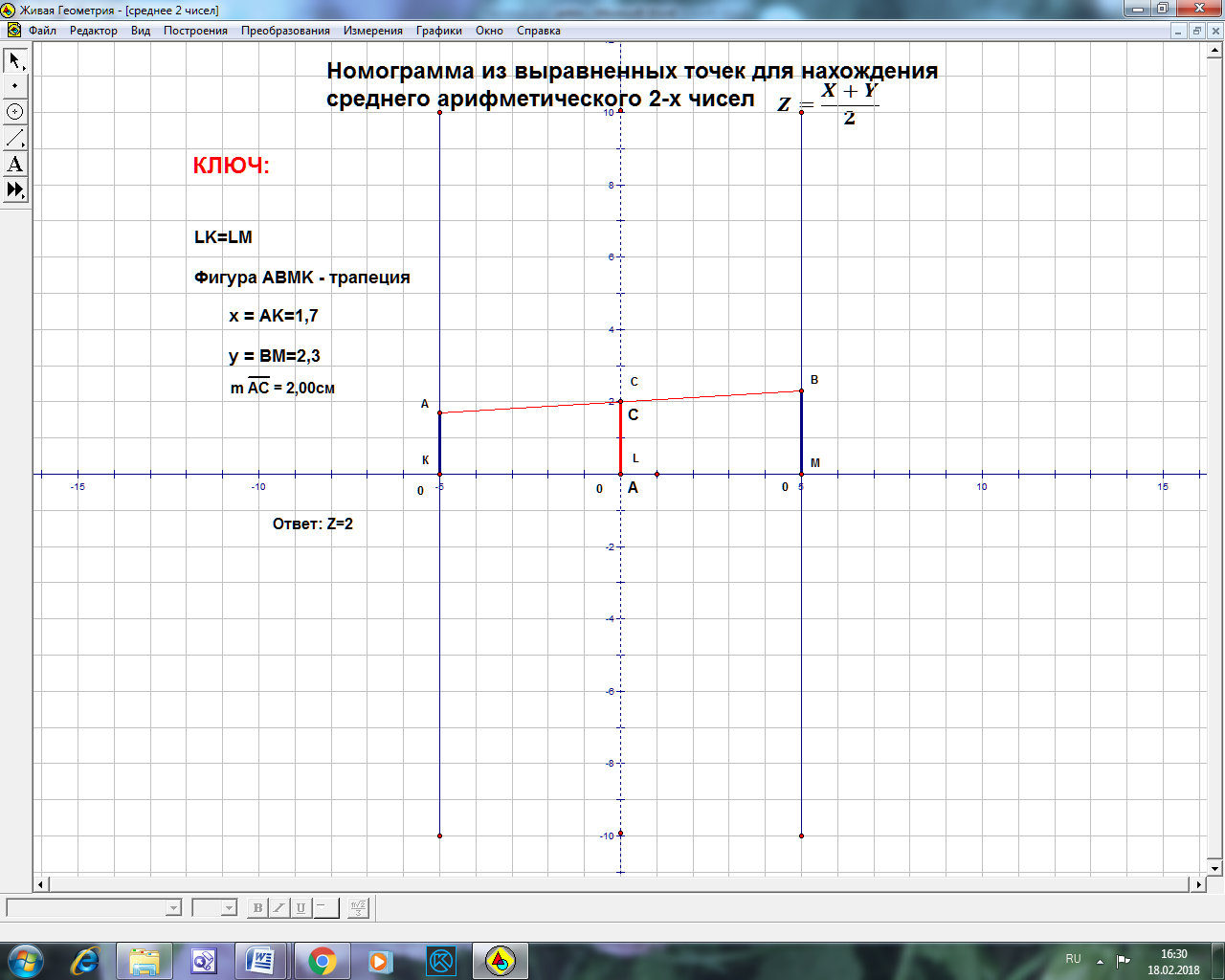
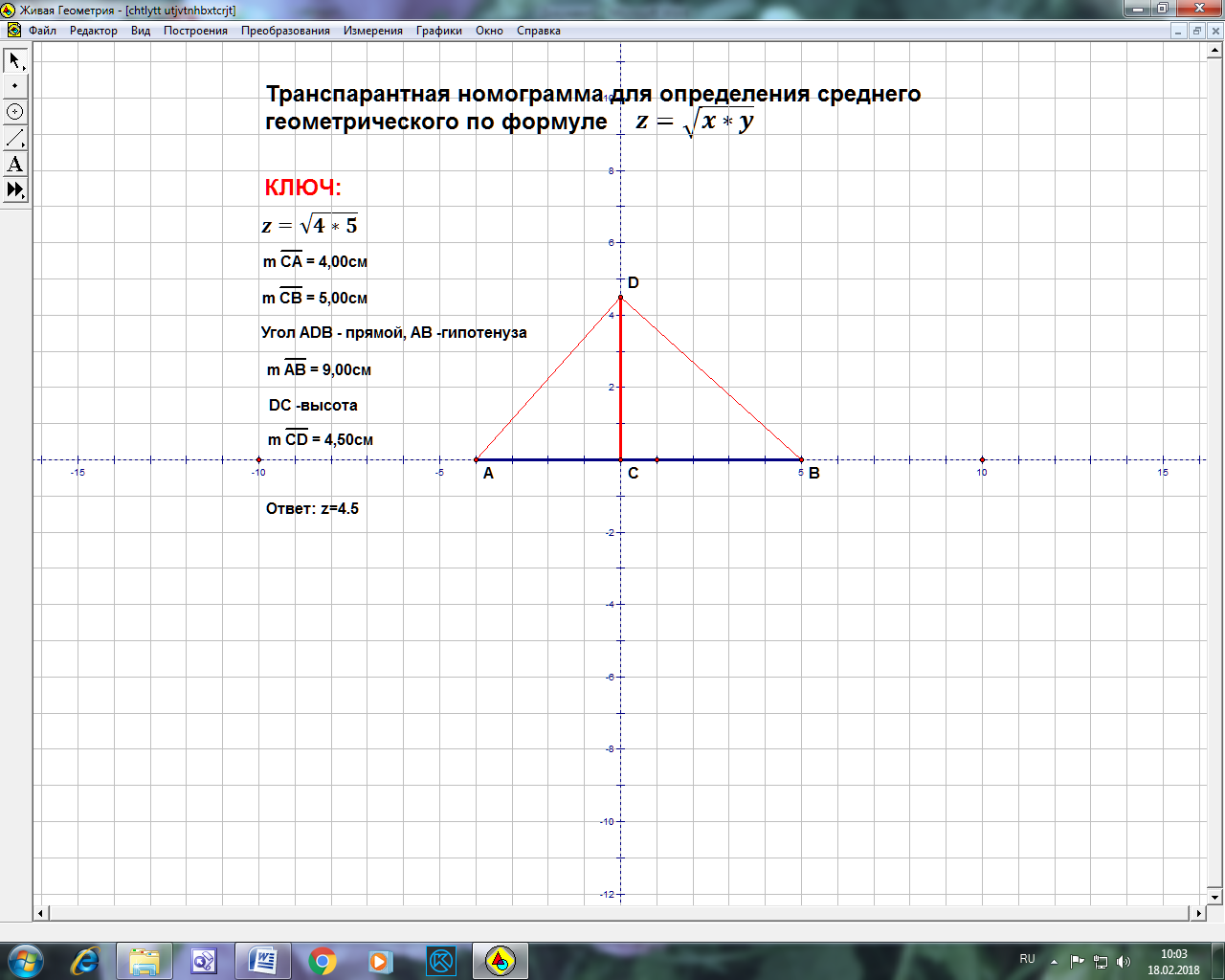
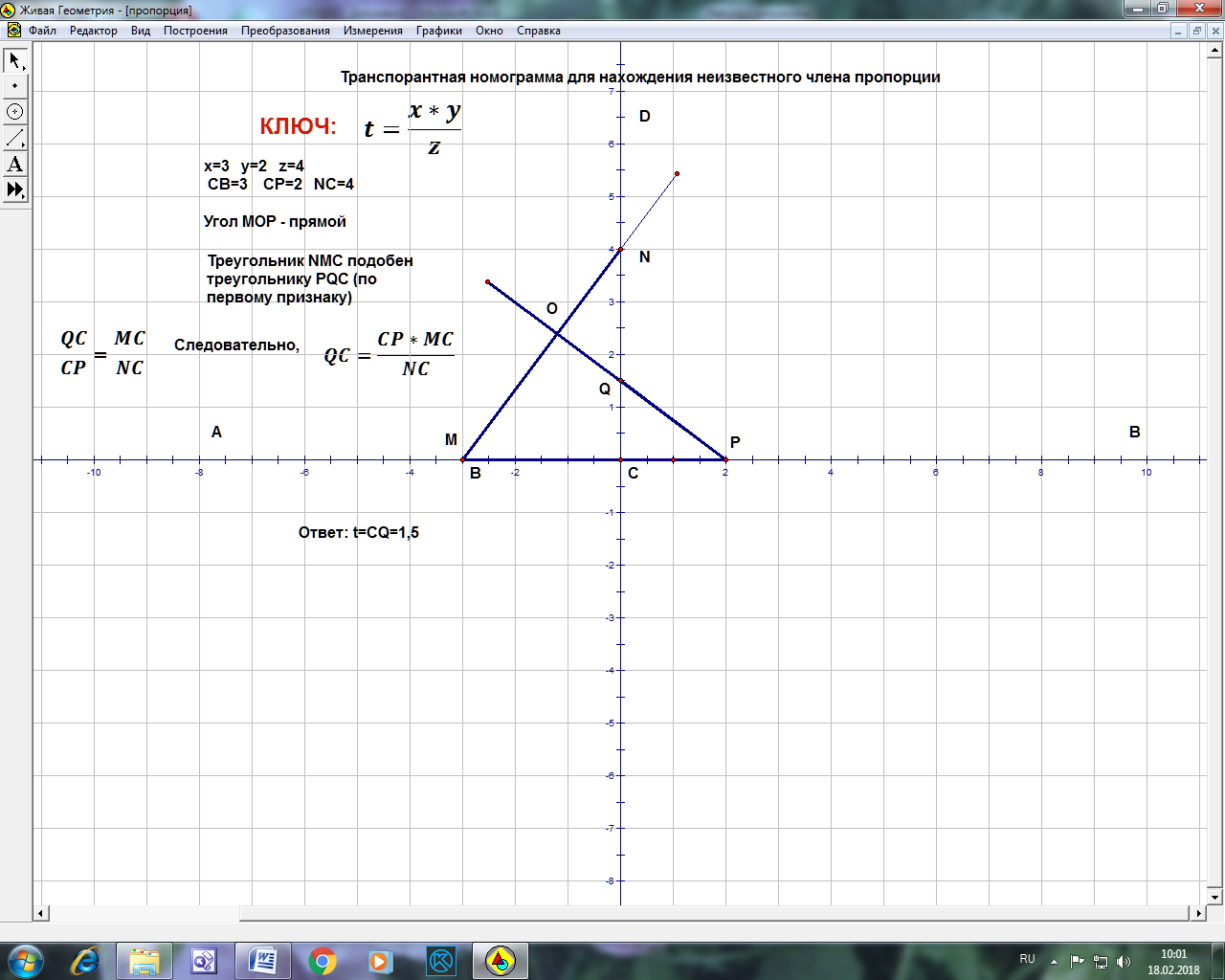


Рис. 7. Номограмма для нахождения среднего неизвестного члена пропорции.

Рис. 7. Номограмма для нахождения среднего арифметического 2 чисел

Рис. 8. Номограмма для нахождения среднего геометрического 2 чисел