**Национальный исследовательский университет**

**«Высшая школа экономики»**

**Министерство образования Пензенской области**

**ГАОУ ДПО «Инстут регионального развития Пензенской области»**

**Управление образования города Пензы**

**МБОУ Лицей современных технологий управления № 2 г. Пензы**

**МБОУ финансово-экономический лицей № 29 г. Пензы**

**Портал поддержки Дистанционных Мультимедийных Интернет-Проектов «ДМИП.рф»**

открытый региональный конкурс

исследовательских и проектных работ школьников

**«Высший пилотаж - Пенза» 2019**

# Извлечение квадратного корня

**Выполнил:**

Костин Александр Сергеевич,

МБОУ гимназия № 42 г. Пензы,

9а класс

**Руководитель:**

Ямщикова Вера Михайловна,

учитель математики,

МБОУ гимназия № 42 г. Пензы

Пенза, 2019

Оглавление

[Введение 3](#_Toc535765192)

[1. Способы извлечения квадратного корня из натурального числа. 4](#_Toc535765193)

[1.1. Разложение подкоренного числа на простые множители. 4](#_Toc535765194)

[1.2.Арифметический способ. 4](#_Toc535765195)

[1.3.Канадский метод 4](#_Toc535765196)

[1.4. Через решение уравнения 5](#_Toc535765197)

[1.5. Извлечение квадратного корня уголком. 5](#_Toc535765198)

[2. Выбор наиболее рационального метода. 7](#_Toc535765199)

[Заключение 8](#_Toc535765200)

[Библиографический список 9](#_Toc535765201)

# Введение

В настоящее время квадратные корни очень часто используются для решения уравнений, задач по физике, алгебре, геометрии. Часто под рукой не бывает калькулятора или таблицы квадратов двузначных чисел. Именно для таких случаев существуют различные методы извлечения квадратного корня числа на бумаге.

**Цель работы:** Изучить способы извлечения квадратного корня и выбрать оптимальный.

**Задачи:**

Изучить алгоритмы вычисления квадратного корня, найти плюсы и минусы каждого способа.

Рассказать о них одноклассникам и с их помощью выбрать наиболее рациональный метод.

**Гипотеза:** Существует такой алгоритм извлечения квадратного корня, который занимает мало времени и подходит для любых корней.

# 1. **Способы извлечения квадратного корня из натурального числа.**

Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число в, квадрат которого равен a.

Cовременная форма $√$ появилась не сразу. Эволюция знака радикала длилась пять веков когда итальянские и некоторые европейские математики впервые называли квадратный корень латинским словом Radix (корень) или сокращенно R.

## 1.1. Разложение подкоренного числа на простые множители.

Данный метод является достаточно простым способом. Его смысл заключается в том, что после разложения числа на простые множители его можно представить в виде степени с нужным показателем – это позволяет получить значение корня. Например:

Вычислим, используя данный способ квадратный корень 169. Для этого разложим 169 на множители: 169=13×13, значит $\sqrt{169}=\sqrt{13^{2}}=\pm 13$

## 1.2.Арифметический способ.

 Для квадратов чисел справедливы равенства: 1 = $1^{2}$; 1 + 3 = $2^{2}$; 1 + 3 + 5 =$3^{2}$и так далее. Определить целую часть корня числа можно так: нужно вычитать из этого числа все нечётные числа последовательно до той поры, пока остаток не станет меньше следующего вычитаемого числа или равен нулю. Подсчитав количество выполненных действий, определяем целую часть квадратного корня. Например:

Вычислим, используя данный способ квадратный корень 169.

Для этого последовательно вычитаем из 169 нечетные числа.

 169-1=168

168-3=165

168-5=160 так до тех пор, пока мы не получим в остатке ноль или число меньше вычитаемого. Итак, у меня получилось 169-1-3-5-7-9-11-13-15-17-19-21-23-25=0

Подсчитав количество выполненных мной действий я получил 13, значит$\sqrt{169}=13$

В случае, если под знаком корня будет число, извлекаемый корень которого не является целым числом, то мы сможем узнать только его целую часть.

## 1.3.Канадский метод

Этот быстрый методоткрыт молодыми учёными одного из ведущих университетов Канады в 20 веке. Погрешность составляет не более двух – трёх знаков после запятой. Вот их формула:

$\sqrt{x}=\sqrt{y}+\frac{x-y}{2\sqrt{y}}$, гдеx - число, из которого необходимо извлечь квадратный корень, а y– ближайшее число к x, из которого можно извлечь корень.Например:

$$\sqrt{170}=\sqrt{169}+\frac{170-169}{2×\sqrt{169}}$$

Таким образом я получил, что $\sqrt{170}=31\frac{1}{62}$

Метод несложный и удобный, но требует знания полных квадратов.

## 1.4. Через решение уравнения

Способ этот дает возможность вычислить значение корня с точностью до одного - двух знаков после запятой, а, при желании, достичь и большей точности.Попробуем вычислить значение корня 129.Сначала определим границы искомого корня в целых числах. Легко догадаться, что это числа 121 = 11² и 144 =12², поэтому √121< √129< √144 и 11 < √129<12.

Пусть  *х* – это та разница, на которую отличны друг от друга √121 и √129,

следовательно √129= 11 +  *х*. Возведем в квадрат обе части полученного уравнения (√129) ² = (11 +  *х)*² и раскроем скобки при помощи формулы суммы квадрата:

129 = (11 + *х*)² = 121 + 22*х* + *х*².

Так как мы рассчитываем получить результат с точностью до десятых или до сотых, а  *х*² явно достаточно малая дробь, то ей вполне можно пренебречь.

 В результате приходим к простому линейному уравнению 129 = 121 + 22*х.*

Решив его, получаем значение: *х* = 0,3636. Значит √ 129 ≈ 11 + 0,3636 ≈ 11,3636

На самом деле, при расчете на калькуляторе, значение этого корня равно11,3578, то есть погрешность при нашем расчете составила 0,0058.

Большей точностиможно достичь ее тем же способом, просто продолжив вычисления с уже полученным значением корня.

## 1.5. Извлечение квадратного корня уголком.

Извлечение квадратного корня уголком. 
1-й шаг. Число 8649 разбиваем на грани справа налево; каждая изкоторых должна содержать две цифры. Получаем две грани: .
2-й шаг. Извлекаем квадратный корень из первой грани 86, получаем . Цифра 9–это первая цифра корня.
3-й шаг. Число 9 возводим в квадрат (92= 81) и число 81 вычитаем из первой грани, получаем 86-81=5. Число 5 – первый остаток.
4-й шаг. К остатку 5 приписываем вторую грань 49, получаем число 549.

5-й шаг. Удваиваем первую цифру корня 9 и, записывая слева, получаем 18.

К числу нужно приписать такую наибольшую цифру, чтобы произведение числа, которое мы получим, на эту цифру было бы либо равно числу 549, либо меньше, чем 549. Это цифра 3. Она находится путем подбора: количество десятков числа 549, то есть число 54 делится на 18, получаем 3, так как 183 ∙ 3 = 549. Цифра 3 – это вторая цифра корня.

 6-й шаг. Находим остаток 549 – 549 = 0. Так как остаток равен нулю, то мы получили точное значение корня – 93.

Пример:

1.6.Метод ограничения корней

В первую очередь надо выяснить, между какими числами расположен наш корень. Очень желательно, чтобы числа были кратны десяти:

10^2 = 100; 20^2 = 400; 30 = 900; 40 = 1600; 50 = 2500; 60 = 3600; 70 =4900; 80 = 6400; 90 = 8100; 1002= 10 000. Получим ряд чисел: 100; 400; 900; 1600; 2500; 3600; 4900; 6400; 8100; 10 000. Что нам дают эти числа? Мы получаем границы. Возьмем, например, число 3364. Оно лежит между 2500 и 3600. Следовательно, его корень не может быть меньше 50 и больше 60.

***Отсеивание заведомо лишних чисел*.**Последняя цифра квадрата зависит только от последней цифры исходного числа.

Существует всего 10 цифр, которые могут стоять на последнем месте. Взгляните на таблицу:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 4 9 6 5 6 9 4 1 0

Как видите, цифры во второй строке оказались симметричными относительно пятерки. Получаем:

Корень из 3364 заканчивается на 2 или на 8, корень лежит в пределах от 50 до 60, на котором есть только два числа, оканчивающихся на 2 и 8: корень из 3364 равен 52 или 58

Из всех возможных корней мы оставили всего два варианта! Надо возвести оба числа в квадрат. Возведем 52 и 58 в квадрат: 52^2= 2704; 58^2=3364

Получилось, что корень равен 58! При этом, чтобы упростить вычисления, я воспользовался формулой квадратов суммы и разности. Благодаря чему даже не пришлось умножать числа в столбик!

#

# 2. Выбор наиболее рационального метода.

Я провел опрос среди моих одноклассников и выяснил, что большинство считают самым легким и удобным канадский способ, так же учащиеся выделили способ «уголком».

Проанализировав рассмотренные способы извлечения квадратного корня из числа, можно сделать следующие выводы:

1) С помощью арифметического способа можно извлечь корень из любого числа до целой части.

2) Канадский метод дает более точные значения, но для его использования необходимо знание полных квадратов и запоминания формулы.

3) При решении методом уравнения и ограничения корней так же необходимо знать полные квадраты, а так же способы решения уравнений, изучаемых в школьном курсе. Они дают точность до нескольких знаков после запятой.

4) Наиболее простыми к запоминанию а так же имеющие простые вычисления являются способы: разложения на простые множители, арифметический, с помощью уравнения и уголком.

5) Метод разложение на простые множители подходит только для полных квадратов.

6)Наиболее рациональный - **метод извлечения квадратного корня уголком:** не требует запоминая формул, полных квадратов, с помощью него можно извлечь корень с любой точностью.

# Заключение

В данной работе я рассмотрел такие способы извлечения квадратного корня, как, разложение подкоренного числа на простые множители, арифметический способ, канадский метод, через решение уравнения, извлечение квадратного корня уголком, метод ограничения корней.

Вместе с одноклассниками нашел их плюсы и минусы. В результате определил для себя оптимальный метод извлечения квадратного корня: извлечение квадратного корня уголком, т.к. с его помощью можно извлечь корень из любого числа с любой желаемой точностью.Значит моя гипотеза подтвердилась.

# Библиографический список

1. Пичугин Л.Ф. /Просвещение/ За страницами учебника алгебры, книга для учащихся, М:, 1990 г.
2. Похраменко Е.Ю. «Я познаю мир: математика»
3. Макарычев Ю.Н. /Просвещение/ Алгебра 8 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений, М:, 2010 г.
4. Савин А.П. Энциклопедический словарь юного математика. М.: Просвещение, 1985.
5. <http://hijos.ru/2012/04/25/krasivaya-modifikaciya-metoda-izvlecheniya-kvadratnogo-kornya/>
6. http://festival.1september.ru/